Problemas de Nivel Medio y de Olimpiadas (10)

Problemas propuestos en el Campamento Matemático de verano Kangourou sans Frontières, Labège, Toulouse, Francia, 2003

1.Se consideran dos circunferencias, k_1, k_2 tangentes interiores en el punto A. Sea k_2 la de radio menor. Se traza una tangente cualquiera, t, a k_2, en uno de sus puntos, T, distinto de A. Esta tangente corta a k_1 en los puntos B y C. Demostrar que $\widehat{BAT} = \widehat{TAC}$.

2. Las diagonales AD, BE y CF del hexágono ABCDEF son concurrentes en M. Las áreas de los triángulos AMF, FME, EMD, CMB y BMA valen, respectivamentem 1,2,3,4 y 3. ¿Cuánto vale el área de DCM?

3. Sean $a, b, c, d \in [0, 1]$. Probar que

$$\frac{a}{1+bc} + \frac{b}{1+ca} + \frac{c}{1+ab} \leq 2.$$

(Rallye de Alsacia 1996)

4. El cuadrilátero ABCD es cíclico. Con centros en A,C y D se trazan circunferencias que pasan por B. Esas tres circunferencias se cortan, evidentemente, en B, y por pares en los puntos X,Y,Z. Demostrar que X,Y,Z están alineados.

Revista Escolar de la Olimpíada Iberoamericana de Matemática

http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/

Edita:

OEI