Revista Escolar de la Olimpiada Iberoamericana de Matemática
ISSN 1698-677X

Revista Escolar de la Olimpíada Iberoamericana de Matemática

Número 10 (Noviembre-Diciembre 2003)

ISSN – 1698-277X

Índice

Artículos, Notas y Lecciones de preparación Olímpica
J.L.Ayme, Algunos teoremas olvidados.

Problemas de Nivel medio y de Olimpiadas
Resueltos: solución al problema 2 de la Competición Matemática mediterránea 2003, de M. Amengual, y Comentario del Editor sobre esta solución.

Propuestos: los del campamento KSF de Labege, Francia (fichero Labege)

Problemas para los más jóvenes
Algunos problemas propuestos en Melbourne 2002.

Problemas resueltos
Presentamos una solución del problema 27, enviada por Dan Dobrovolski, Bucarest, Rumania.
Del problema 42 se han recibido soluciones de F.Damián Aranda, Córdoba, España; de Miguel Amengual, Cala Figuera, Mallorca, España, y del proponente. Presentamos la solución de Amengual.
Del problema 43 se han recibido soluciones de Miguel Perleche García, de Lima, Perú; de Miguel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca, España; de F.Damián Aranda, Córdoba, España; de Ricardo Barroso Campos, Sevilla, España, y del proponente. Presentamos la solución de Perleche.
Del problema 44 se han recibido soluciones de F. Damián Aranda, Córdoba, España, de J.L. Díaz Barrero, Barcelona, España, y del proponente. Presentamos las soluciones de J.L. Díaz Barrero y del proponente, que es de carácter geométrico, y es la que solicitaba el enunciado original del problema, que fue modificado por el editor omitiendo esta especificidad.
Del problema 45 se han recibido las soluciones de J.L. Díaz Barrero y del proponente. Presentamos la solución de Díaz Barrero.

Problemas propuestos 46-50

Divertimentos Matemáticos 10
Los Diez Mandamientos del Profesor (según Polya)

Comentario de páginas web
Maths Problem, de John Scholes (Kalva homepage)

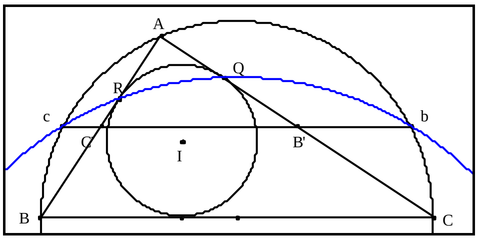
Editor: Francisco Bellot Rosado

ALGUNOS TEOREMAS OLVIDADOS

Jean-Louis AYME
Lycée Lislet Geoffroy, 97400 St-Denis, Île-de-la-Réunion, France

Resumen. "No problem is ever permanently closed" como recuerda la sección Soluciones de la revista canadiense *CruxMathematicorum*. Desde este punto de vista, presentamos una nueva solución del Problema 1671 propuesto por el geómetra T. Seimiya haciendo intervenir algunos teoremas olvidados.

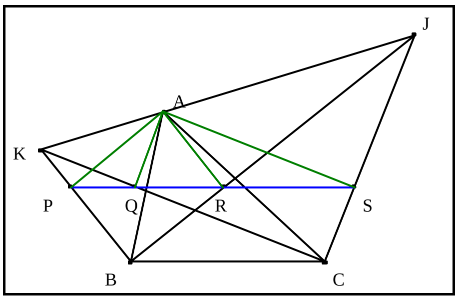
1. El problema de Toshio Seimiya. [1]



Hipótesis: ABC un triángulo rectángulo en A,
B', C' los puntos medios de los lados [AC], [AB],
Γ el círculo circunscrito a ABC,
b, c los puntos de intersección de la recta (B'C') con Γ,
γ_I el círculo de centro I, inscrito en ABC
y Q, R los puntos de contacto de γ_I cpn [AC] y [AB].

Conclusión: los puntos b, c, Q y R sont concíclicos.

2. El teorema de Arthur Lascases o Lescaze.
Discípulo de Gérono (1799-1892), el francés Lascases de Lorient publicó en los *Nouvelles Annales* de 1859, el resultado siguiente [2]:

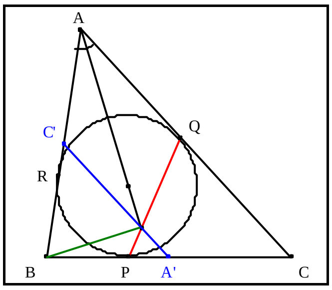


Hipótesis: ABC un triángulo,
B', C' los puntos medios de los lados [CA], [AB],
J, K los centros de los círculos exinscritos de ABC en B, en C
y P, Q, R, S los pies de las perpendiculares trazadas desde A sobre (BK), (CK), (BJ) et (CJ).

Conclusión: los puntos P, Q, R y S están alineados sobre la recta (B'C').

3. Una concurrencia inverosímil.

Este teorema, que ha sido estudiado por Ross Honsberger [3], ya había sido propuesto como ejercicio por Nathan Altshiller-Court [4] y resuelto antes por Georges Papelier [5] en el caso de un triángulo rectángulo.



Hipótesis:	ABC	un triángulo no isóceles en A,
	A', C'	los puntos medios de los lados [BC], [AB],
	γ	el círculo inscrito en ABC,
	P, Q, R	los puntos de tangencia de γ con los lados [BC], [CA], [AB],
	Δ_A	la A-bisectriz de ABC
y	D_B	la perpendicular à Δ_A , que pasa por B.

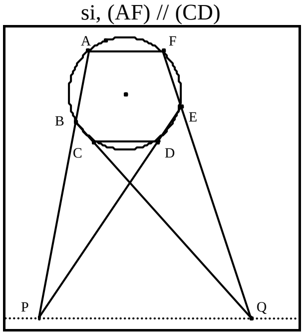
Conclusión: las rectas Δ_A , D_B y (PQ) son concurrentes sobre (A'C').

Nota: la recta (B'C') no es citada por ninguno de los autorers previamente citados.

4. El teorema deAubert.

En 1899, Paul Aubert [6] demuestra un caso particular del "hexagrama místico" de Pascal (1623-1662).

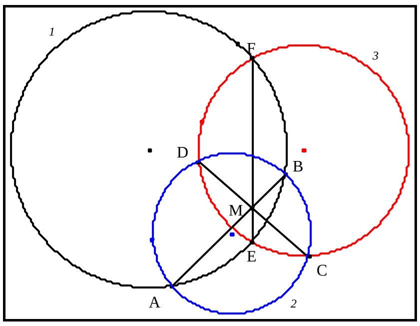
ABCDEFA es un hexágono cíclico
si, (AF) // (CD)



entonces, (PQ) // (AF)

5. El teorema de las tres cuerdas de Monge.

Este notable resultado ha sido attribuido a Gaspard Monge (1746-1818) por Jean Victor Poncelet [8].

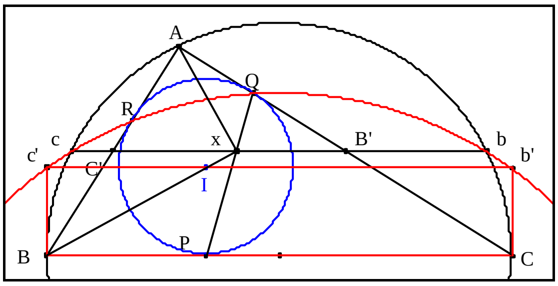


Hipótesis:	*1*, *2*, *3*	tres círculos secantes dos a dos,
	A, B	los puntos de intersección de *1* y *2*,
	C, D	los puntos de intersección de *2* y *3*
	E, F	los puntos de intersección de *3* y *1*

y M el punto de intersección de las cuerdas [AB] y [CD].

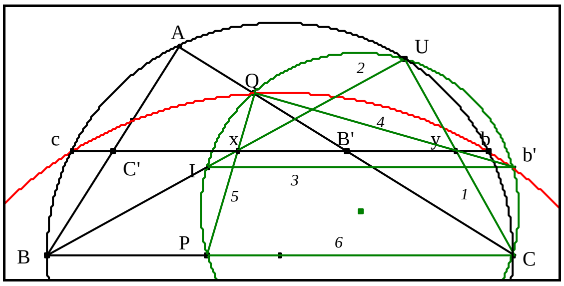
Conclusión: la cuerda [EF] pasa por M.

6. Una nueva demostración del problema de T. Seimiya.



- Llamamos x al pie de la perpendicular trazada desde A sobre la bisectriz (BI);
  según Papelier, x está sobre la recta (PQ);
  según Lascases, x está sobre (B'C').
  Por el teorema de Thales, (B'C') // (BC) i.e. (bc) // (BC).

- Llamemos b', c' a los points tales que BCb'c' sea un rectángulo cuyo lado [b'c'] pasa por I;
  el trapecio c'b'bc es isósceles, luego es cíclico.



- Llamemos U al segundo punto de intersección de la B-bisectriz de ABC con Γ
  e y al punto de intersección de las rectas (CU) y (Qb').
  Según Thales, el triángulo UBC es inscriptible en un semi-círculo, luego es rectángulo en U.

- Tracemos el círculo verde de diámètro [CI]; que pasa por los puntos P, Q, U y b';
  según Aubert, la recta (xy) del hexágono cíclico CUIb'QPC es paralela a (BC);
  según el postulado de Euclides, (xy) pasa por b.

- Según el teorema de las tres cuerdas aplicado a los círculos negro, rojo y verde, el círculo rojo pasa por Q.

- Mutatis mutandis, demostraríamos que el círculo rojo pasa por R.

- Conclusión: los puntos b, c, Q y R son concíclicos.

Referencias (historicas y académicas)

[1] Toshio Seimiya (mars 1910-), Problem 1671, *Crux Mathematicorum* **8**, vol 17, (1991) 237.
P. Penning, Solution to problem 1671, *Crux Mathematicorum* **7**, vol 18 **(1992)** 216-218.

[2] Arthur Lascases, Question 477, *Nouvelles Annales* **18** (1859) 171.
F.G.M., Théorème 165, *Exercices de Géométrie*, (1920) 327, Rééditions J. Gabay.

[3] R. Honsberger, An unlikely concurrence, *Episodes in Nineteeth and Twentieth Century Euclidean Geometry*, MAA (1995) 31.

[4] N. Altshiller-Court, Exercise 43, *College Geometry*, Barnes & Noble, Inc. (1952) 118.

[5] G. Papelier G., Pôles et polaires, *Exercices de géométrie Modernes* (1927), Rééditions J. Gabay, 19.

[6] P. Aubert, Généralisation du problème de Pascal donnant neuf points en ligne droite, *Journal de mathématiques élémentaires* (1899).
P. Aubert P., Question 4604, *Journal de mathématiques élémentaires* de Vuibert (1899) 2.
F.G.M., Théorème 374 III, *Exercices de Géométrie*, (1920) 560, Eds. Gabay.
[7] J. L. M'Kensie , *Journal de Mathématiques Spéciales* de de Longchamps(1887) 201.
[8] J. V. Poncelet, tome 1, *Traité projective des figures* (1822) 40.

Agradecimientos. Agradezco al Profesor Francisco Bellot Rosado que respondiera a mi petición enviándome las soluciones métricas de P. Penning, de su esposa María Ascensión López Chamorro así como la suya. Esta ayuda haa contribuído sin ninguna duda a la aparición de este artículo y le agradezco igualmente haberlo leído con atención y haberlo traducido.

AYME Jean-Louis
37, rue Ste.-Marie
97400 St.-Denis
Ile-de-la-Réunion
France

e-mail: <jeanlouisayme@yahoo.fr>

VI Competición Matemática Mediterránea 2003
Problema 2.

Un triángulo ABC es tal que $BC = CA + \frac{1}{2}AB$.

P es el punto del lado AB tal que $\frac{BP}{PA} = \frac{1}{3}$. Demostrar que $\angle CAP = 2 \cdot \angle CPA$.

Solución de Miguel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca, España.

Ponemos $AB = 4x$, $CA = y$ con lo que $BC = y + 2x$.

El teorema del coseno aplicado al triángulo APC, con $\angle APC = \theta$, da

$$y^2 = (3x)^2 + \overline{CP}^2 - 2 \cdot 3x \cdot \overline{CP} \cdot \cos\theta \qquad (1)$$

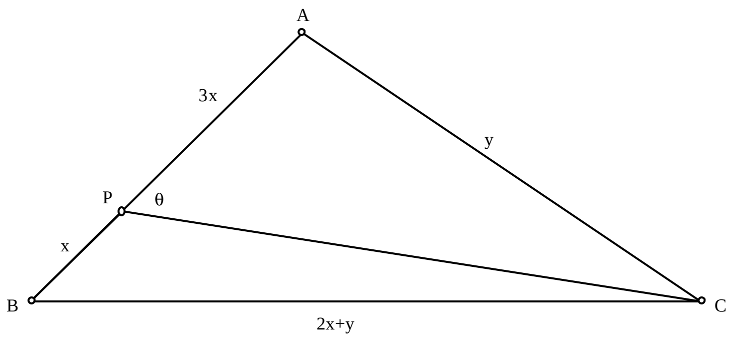
y aplicado al ΔBPC,

$$\begin{aligned}(2x+y)^2 &= x^2 + \overline{CP}^2 - 2 \cdot x \cdot \overline{CP} \cdot \cos(180^\circ - \theta) \\ &= x^2 + \overline{CP}^2 + 2 \cdot x \cdot \overline{CP} \cdot \cos\theta\end{aligned} \qquad (2)$$

Eliminamos $\cos\theta$ entre (1) y (2) y obtenemos

$$\begin{aligned}\overline{CP}^2 &= y^2 + 3xy \\ &= y(y+3x) \\ &= \overline{AC} \cdot \left(\overline{AC} + \overline{AP}\right)\end{aligned}$$

Usamos finalmente el hecho que la condición $\overline{CP}^2 = \overline{AC} \cdot \left(\overline{AC} + \overline{AP}\right)$ es equivalente a $\angle CAP = 2 \cdot \angle CPA$ (ver, por ejemplo, Crux Mathematicorum [1976:74], [1978:278], [1996:265-267]) para obtener el resultado deseado.



Comentario del Editor a la solución de M. Amengual del problema 2, VI Competición Matemática Mediterránea 2003.

La solución a este problema utiliza en su parte final una relación entre los lados de un triángulo que garantiza el que uno de sus ángulos sea doble del otro. Para dar información completa a nuestros lectores, presentamos la demostración de este resultado, original de Leo Sauvé, tal como se publica en CRUX MATEHEMATICORUM, 1976, pag. 74:

La relación entre los lados es

$$c^2 - a^2 = ab;$$

entonces

$$\sin^2 C - \sin^2 A = \sin(C+A)\sin(C-A) = \sin A \sin B.$$

Pero $\sin(C+A) = \sin B \neq 0;$ luego $\sin(C-A) = \sin A$ y $C - A = A,$ porque $C - A \neq 180 - A$. Por lo tanto, $C = 2A$.

Problemas de Nivel Medio y de Olimpiadas (10)

Problemas propuestos en el Campamento Matemático de verano Kangourou sans Frontières, Labège, Toulouse, Francia, 2003

1.Se consideran dos circunferencias, k_1, k_2 tangentes interiores en el punto A. Sea k_2 la de radio menor. Se traza una tangente cualquiera, t, a k_2, en uno de sus puntos, T, distinto de A. Esta tangente corta a k_1 en los puntos B y C. Demostrar que $\widehat{BAT} = \widehat{TAC}$.

2. Las diagonales AD, BE y CF del hexágono ABCDEF son concurrentes en M. Las áreas de los triángulos AMF, FME, EMD, CMB y BMA valen, respectivamentem 1,2,3,4 y 3. ¿Cuánto vale el área de DCM?

3. Sean $a, b, c, d \in [0, 1]$. Probar que

$$\frac{a}{1+bc} + \frac{b}{1+ca} + \frac{c}{1+ab} \leq 2.$$

(Rallye de Alsacia 1996)

4. El cuadrilátero ABCD es cíclico. Con centros en A,C y D se trazan circunferencias que pasan por B. Esas tres circunferencias se cortan, evidentemente, en B, y por pares en los puntos X,Y,Z. Demostrar que X,Y,Z están alineados.

Problemas para los más jóvenes(10)

Presentamos algunos problemas propuestos para los alumnos de este nivel, durante la Conferencia de la World Federation of national Mathematics Competitions, celebrada en Melbourne en 2002.

1. Los cuatro soldados heridos (11-13 años), presentado por Tony Gardiner.

Cuatro soldados heridos tienen que cruzar un puente, seriamente dañado, por la noche, para escapar del fuego enemigo. El puente sólo sopota el peso de dos soldados de cada vez; cuando lo cruzan dos soldados deben hacerlo a la velocidad del más lento. Los cuatro soldados sólo tienen una linterna, que ha de ser utilizada cada vez que se cruza el puente. Individualmente, los soldados tardarían 1, 2, 4 y 6 minutos en cruzar el puente. ¿Cuál es (con demostración) el mínimo tiempo que se necesita para que los cuatro soldados lo crucen?

2.Capicúas, presentado por Ian VanderBurgh.

Hay pares de capicúas de cuatro cifras cuya suma es un capicúa de cinco cifras, como 2882 y 9339. Cuántos pares de este tipo hay?

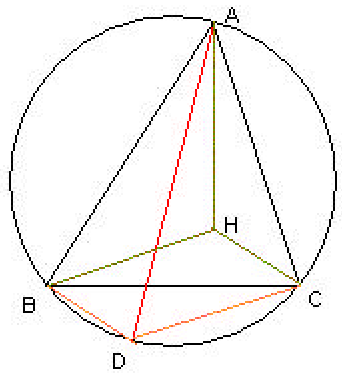
3.El mito de Sísifo, presentado por Jordan Tabov.

Sísifo tiene que llevar una piedra muy pesada a lo alto de una montaña, distante 2 km. Durante la primera hora, consigue mover la piedra 1 km, pero resbala, y la piedra rueda 1/4 km hacia abajo. Durante la segunda hora, Sísifo mueve la piedra 1/2 km hacia adelante, pero resbala de nuevo y la piedra rueda 1/5 km hacia abajo. El proceso continúa : durante la n-ésima hora Sísifo mueve la piedra 1/n km hacia adelante, pero resbala y la piedra rueda 1/(n+3) km hacia abajo.

¿Cuánto tardará Sísifo en llevar la piedra a lo alto de la montaña?

a) 4 horas   b) 6 horas   c) entre 6 y 7 horas d) entre 1998 y 2002 horas   e) Sísifo nunca alcanzará la cima de la montaña con la piedra.

Problema 27



Solución. Las líneas DB y HC son paralelas, ambas perpendiculares a AB (DB es perpendicular a AB porque AD es un diámetro y HC es perpendicular a AB porque H es el ortocentro). De igual manera, las líneas DC y HB son paralelas, ambas perpendiculares a AC. Por consiguiente, el quadrilátero BHCD es paralelogramo. Por lo tanto, sus diagonales se parten por la mitad; entonces A´ = J y los puntos H, A´, J y D están alineados (situados sobre la línea HD) q.e.d.

Problema 42

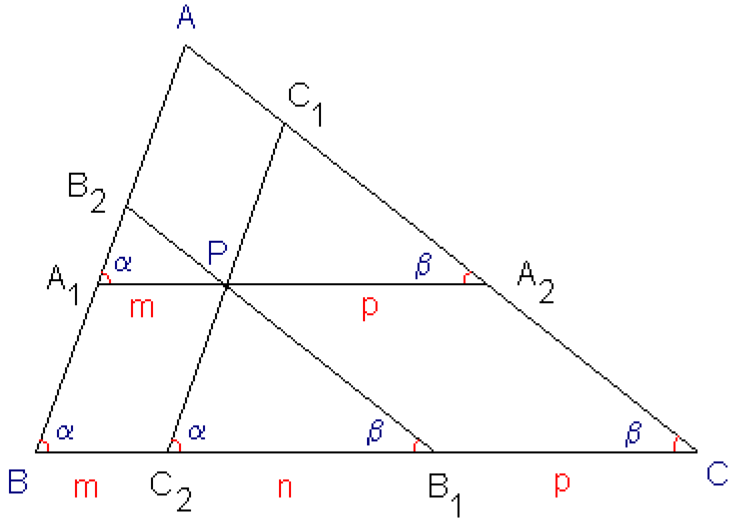
Solución de Miguel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca, España.

En efecto, si Δ es el discriminante de la ecuación, tenemos:

$$\begin{aligned}\Delta &= 4\left[(ab+bc+ca)^2 - 3abc(a+b+c)\right]\\ &= 4\left[a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 - a^2bc - ab^2c - abc^2\right]\\ &= 2\left[(ab-bc)^2 + (bc-ca)^2 + (ca-ab^2)\right]\\ &\geq 0\end{aligned}$$

La igualdad se verifica si y sólo si $a=b=c$, en cuyo caso la raíz doble de la ecuación dada es igual a $\dfrac{-3}{a}$.

Solución al problema 43:



De la semejanza de los triángulos B_2BB_1 y ABC tenemos

$$\frac{B_1B_2}{CA} = \frac{BB_1}{BC} = \frac{m+n}{m+n+p}$$

Y de la semejanza de los triángulos C_1C_2C Y ABC tenemos

$$\frac{C_1C_2}{AB} = \frac{C_2C}{BC} = \frac{n+p}{m+n+p}$$

Luego:

$$\frac{A_1A_2}{BC} + \frac{B_1B_2}{CA} + \frac{C_1C_2}{AB} = \frac{m+p}{m+n+p} + \frac{m+n}{m+n+p} + \frac{n+p}{m+n+p} = \frac{2m+2n+2p}{m+n+p}$$

Finalmente:

$$\frac{x_a}{a} + \frac{x_b}{b} + \frac{x_c}{c} = 2$$

José Luis **Díaz–Barrero**
Applied Mathematics III
Universitat Politècnica de Catalunya
Jordi Girona 1-3, C2, 08034 Barcelona. Spain
jose.luis.diaz@upc.es

Problema 44. *Propuesto por Juan Bosco Romero Maárquez. Ávila, España.*

Sean b, c números reales positivos. Demostrar las desigualdades

1. $\sqrt{\dfrac{b^2+c^2}{2}} - \sqrt{bc} \leq \dfrac{|b-c|}{\sqrt{2}}$.
2. $\sqrt[4]{b^2+c^2} < \sqrt{b} + \sqrt{c}$.

Solución por José Luis Díaz-Barrero, Barcelona, España.

(1) De $(b-c)^2 \geq 0$ se deduce inmediatamente que

$$bc \leq \sqrt{bc\frac{b^2+c^2}{2}}.$$

Multiplicando por 2, sumando $\dfrac{b^2+c^2}{2}$ a ambos miembros de la desigualdad anterior, y reagrupando sus términos convenientemente resulta

$$\frac{b^2+c^2}{2} - 2\sqrt{bc\left(\frac{b^2+c^2}{2}\right)} + bc \leq \frac{(b-c)^2}{2}.$$

Es decir,

$$\left(\sqrt{\frac{b^2+c^2}{2}} - \sqrt{bc}\right)^2 \leq \left(\frac{|b-c|}{\sqrt{2}}\right)^2.$$

Ahora, tomando raíces cuadradas la desigualdad queda demostrada.

(2) Sumando b^2+c^2 a ambos miembros de la desigualdad $0 < 4b\sqrt{bc} + 6bc + 4c\sqrt{bc}$ resulta $b^2+c^2 < \left(\sqrt{b}+\sqrt{c}\right)^4$, y hemos terminado.

Solución del problema 43, por J.B. Romero Márquez, Ávila, España.

Daremos una demostración por métodos geométricos.

a) Consideremos el triángulo rectángulo de lados $a > b \geq c$. Por el teorema de Pitágoras, tenemos

$$a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow a^2 - 2bc = (b-c)^2 \Leftrightarrow a^2 = (b-c)^2 + 2bc = |b-c|^2 + \left(\sqrt{2bc}\right)^2.$$

Entonces construímos el triángulo rectángulo T' de lados

$$a' = a, \ \ b' = \sqrt{2bc}, \ \ c' = |b-c|$$

y de aquí que

$$\begin{aligned} a' \leq b' + c' &\Leftrightarrow a \leq \sqrt{2bc} + |b-c| \Leftrightarrow \sqrt{b^2+c^2} \leq \sqrt{2bc} + |b-c| \\ &\Leftrightarrow \frac{\sqrt{b^2+c^2}}{\sqrt{2}} \leq \sqrt{bc} + \frac{|b-c|}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{b^2+c^2}{2}} \leq \sqrt{bc} + \frac{|b-c|}{\sqrt{2}} \\ &= \sqrt{bc} + \frac{b-c}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{b^2+c^2}{2}} - \sqrt{bc} \leq \frac{b-c}{\sqrt{2}}. \end{aligned}$$

b) De manera similar, consideramos la proposición equivalente al teorema de Pitágoras dada por

$$a^2 + \left(\sqrt{2bc}\right)^2 = (b+c)^2,$$

lo que conduce a construir el triángulo rectángulo T" de lados

$$a'' = b+c, \ \ b'' = a, \ \ c'' = \sqrt{2bc},$$

y así tenemos

$$b'' < a'' + c'' \Leftrightarrow \sqrt{b^2+c^2} < b + c + \sqrt{2bc} = (\sqrt{b} + \sqrt{c})^2$$

y extrayendo la raíz cuadrada a los dos miembros se obtiene el resultado.

José Luis Díaz–Barrero
Applied Mathematics III
Universitat Politècnica de Catalunya
Jordi Girona 1-3, C2, 08034 Barcelona. Spain
jose.luis.diaz@upc.es

Problema 45. *Propuesto por Juan Bosco Romero Maárquez. Ávila, España.*

Calcular la integral indefinida

$$\int \sqrt{\frac{1+\tan x \tan(x-a)}{1+\tan x \tan a}}\, dx,$$

siendo $0 \leq a \leq x \leq \dfrac{\pi}{2}$.

Solución por José Luis Díaz-Barrero, Barcelona, España.

Dado que $\tan(x-a) = \dfrac{\tan x - \tan a}{1+\tan x \tan a}$, entonces

$$1+\tan x \tan(x-a) = 1 + \frac{\tan^2 x - \tan x \tan a}{1+\tan x \tan a} = \frac{1+\tan^2 x}{1+\tan x \tan a}.$$

Por tanto,

$$\int \sqrt{\frac{1+\tan x \tan(x-a)}{1+\tan x \tan a}}\, dx = \int \sqrt{\frac{1+\tan^2 x}{(1+\tan x \tan a)^2}}\, dx$$

$$= \int \sqrt{\frac{1}{\cos^2 x(1+\tan x \tan a)^2}}\, dx = \int \frac{\cos a}{\cos x \cos a + \sin x \sin a}\, dx$$

$$= \int \frac{\cos a}{\cos(x-a)}\, dx = \cos a \ln|\sec(x-a) + \tan(x-a)| + C,\ C \in \mathbb{R}.$$

Problemas propuestos 46-50

Problema 46. Propuesto por José Luis Díaz Barrero, Barcelona, España.
Sea ABC un triángulo escaleno cualquiera. Probar que

$$\left(\frac{b+c-a}{a(a-b)(a-c)}+\frac{a+c-b}{b(b-a)(b-c)}+\frac{a+b-c}{c(c-a)(c-b)}\right)^{\frac{1}{2}} < \frac{s}{2[ABC]}$$

donde s es el semiperímetro, y $[ABC]$ el área del triángulo.

Problema 47. Propuesto por K.R.S.Sastry, Bangalore, India
Determinar la elipse

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2} = 1,$$

con los menores números naturales $a \neq b$ como semiejes, de tal manera que dos de sus puntos racionales en el primer cuadrante estén separados entre sí por una distancia igual a 10/3.

Problema 48. Propuesto por K.R.S. Sastry, Bangalore, India.
Determinar las soluciones naturales de la ecuación diofántica

$$x^3+x^2y+xy^2+y^3 = z^2.$$

Problema 49. Propuesto por el editor (se dará información sobre su procedencia cuando se publique la solución)
Si

$$x+y+z = ax+by+cz = a^2x+b^2y+c^2z = 1,$$

demostrar que

$$a^3x+b^3y+c^3z = 1-(1-a)(1-b)(1-c).$$

Problema 50. Propuesto por el editor (se dará información sobre su procedencia cuando se publique la solución)
Eliminar x, y, z entre las ecuaciones

$$\left\{\begin{array}{c} x+y+z = a \\ (y-z)^2+(z-x)^2+(x-y)^2 = b \\ x(y-z)^2+y(z-x)^2+z(x-y)^2 = c \\ x^2(y-z)^2+y^2(z-x)^2+z^2(x-y)^2 = d \end{array}\right.$$

Revista Escolar de la Olimpiada Iberoamericana de Matemática
ISSN 1698-677X
Número 10--Divertimentos

Los diez mandamientos del Profesor
(según Polya)

A diferencia de los **Divertimentos** anteriores, en los que primaban los aspectos humorísticos, la sección que hoy presentamos es perfectamente seria. **El Decálogo del Profesor** está incluido en una de las obras didácticas fundamentales de Pólya, **El descubrimiento de las matemáticas**, de la que, hasta donde alcanza nuestro conocimiento, no hay versión al español. A modo de presentación, incluímos aquí.

Unas palabras sobre George Pólya (1887-1985)

La obra de George Pólya es bien conocida por todos los matemáticos, ya sean investigadores o profesores que se limiten a su labor docente. Es uno de los nombres míticos en la historia moderna de las matemáticas y su enseñanza, sobre todo a través de los problemas. Sus tres libros sobre la enseñanza de nuestra ciencia:

- "Cómo plantear y resolver problemas", Ed. Trillas, México, 1965;
- "Matemáticas y razonamiento plausible", Ed. Tecnos, Madrid, 1966, y
- "La découverte des mathématiques", Ed. Dunod, París, 1967.

Son de lectura obligada para todo profesor que sienta mínimamente que su enseñanza de las matemáticas debe ir más allá de mantener a los alumnos "quietos y callados" en sus pupitres. Con anterioridad a estos libros se había publicado, en la famosa "colección amarilla" de Springer, primero en alemán y más tarde en inglés, una de las mejores colecciones de problemas de Análisis Matemático, "Aufgaben und Lehrsätze aus der Análisis", que escribió conjuntamente con su gran amigo Gabór Szegö, y de la que han aparecido numerosas ediciones. Entre los estudiantes de mi generación, "el Polya-Szegö", como se le conocía vulgarmente, era un libro de referencia obligada. Otra obra esencial de Pólya, con Hardy y Littlewood, es "Inequalities" (Cambridge U.P., 1934).

Polya nació en Budapest el 13 de diciembre de 1887. En un principio no se sintió especialmente atraído por las matemáticas, sino por la literatura y la filosofía. Su profesor de esta última, el Prof. Alexander, le sugirió que siguiera cursos de física y de matemáticas para mejorar su formación filosófica. Este consejo marcó para siempre su carrera. Las magníficas lecciones de Física de Loránd Eötvös, y las no menos excelentes de Matemáticas de Lipót Fejér influyeron decisivamente en la vida y obra de Pólya. Entre los discípulos de Fejér estaban Marcel Riesz, Otto Szás, Mihaly Fekete, Gábor Szegö, Tibor Radó, y más tarde Paul Erdös y Paul Turán. Además de las clases "regulares", Fejér se reunía con ellos en un café de Budapest y resolvía problemas mientras les contaba historias y anécdotas sobre los matemáticos que había conocido.

En 1940, huyendo de Hitler, Pólya y su esposa suiza (Stella V. Weber) se trasladaron a los Estados Unidos. Pólya hablaba (según él, bastante mal) además del húngaro, alemán, francés e inglés, y podía leer y entender algunos más. Se instalaron en Palo Alto, California, y obtuvo trabajo en la Universidad de Stanford. Durante su larga vida, académica y profesional, Pólya recibió numerosos premios y galardones por su excepcional trabajo sobre la enseñanza de las matemáticas y su importantísima obra investigadora.

Cuando se le preguntaba cómo había llegado a ser matemático, solía decir, medio en broma, medio en serio: **No era lo suficientemente inteligente para ser físico, y demasiado para ser filósofo, así que elegí matemáticas, que es una cosa intermedia**. Fue un viajero impenitente (aunque nunca condujo automóviles) que curiosamente descubrió a los 75 años de edad las comodidades de los viajes en avión, cruzando el Atlántico y el continente americano varias veces.

En una conversación telefónica con Paul Erdös, éste prometió a Pólya una gran fiesta con motivo de su centenario. Pólya replicó: **100 años bueno, pero no más**.

Pólya murió en Palo Alto el 7 de septiembre de 1985

Bibliografía

G.Pólya, The Pólya Picture Album. Encounters of a mathematician. Birkhäuser, 1987.
A. Arvai Wieschenberg, A conversation with George Pólya, en Mathematics Magazine,vol.60, no.5, Diciembre 1987, pp.265-268.
M.M.Schiffer, George Pólya (1887-1985), en Mathematics Magazine,vol.60, no.5, Diciembre 1987, pp.268-270 (necrológica de Pólya en la Universidad de Stanford, el 30 de octubre de 1987).

Francisco Bellot Rosado

Los diez mandamientos del Profesor
(según Polya)

1. **Demuestre interés por su materia**. Si el profesor se aburre, toda la clase se aburrirá.
2. **Domine su materia**. Si un tema no le interesa personalmente, no lo enseñe, porque no será Vd. capaz de enseñarlo adecuadamente. El interés es una condición necesaria, pero no suficiente. Cualesquiera que sean los métodos pedagógicos utilizados, no conseguiréis explicar algo claramente a vuestros estudiantes si antes no lo habéis comprendido perfectamente. De ahí este segundo mandamiento. El interés es el primero, porque, con algunos conocimientos junto con una falta de interés, se puede uno convertir en un profesor excepcionalmente malo.
3. **Sea instruído en las vías del conocimiento: el mejor medio para aprender algo es descubrirlo por sí mismo**. Se puede obtener gran provecho de la lectura de un buen libro o de la audición de una buena conferencia sobre la psicología del acto de aprender. Pero leer y escuchar no son absolutamente necesarios y en todo caso no son suficientes : hay que conocer las vías del conocimiento, estar familiarizados con el proceso que conduce de la experiencia al saber, gracias a la experiencia de vuestros propios estudios y a la observación de vuestros estudiantes.
4. **Trate de leer en el rostro de sus estudiantes, intente adivinar sus esperanzas y sus dificultades; póngase en su lugar**. Aunque uno se interese por el tema, lo conozca bien, se comprendan los procesos de adquisición de los conocimientos, se puede ser un mal profesor. Es raro, pero muchos hemos conocido profesores que, siendo perfectamente competentes, no eran capaces de establecer contacto con su clase. Ya que la enseñanza del uno debe acompañarse por el aprendizaje del otro, tiene que existir un contacto entre el Profesor y el estudiante. La reacción del estudiante a vuestra enseñanza depende de su pasado, de sus perspectivas y de sus intereses. Por lo tanto, téngase en consideración lo que saben y lo que no saben; lo que les gustaría saber y lo que no les importa; lo que deben conocer y lo que no importa que no sepan.
5. **No les deis únicamente "saber", sino "saber hacer", actitudes intelectuales, el hábito de un trabajo metódico**. El conocimiento consiste, parte en "información" y parte en "saber hacer". El saber hacer es el talento, es la habilidad en hacer uso de la información para un fin determinado; se puede describir como un conjunto de actitudes intelectuales; es la capacidad para trabajar metódicamente. En Matemáticas, el "saber hacer" se traduce en una aptitud para resolver problemas, construir demostraciones, examinar con espíritu crítico soluciones y pruebas. Por eso, en Matemáticas, la manera cómo se enseña es tan importante como lo que se enseña.
6. **Enseñadles a conjeturar**. Primero imaginar, después probar. Así es como procede el descubrimiento, en la mayor parte de los casos. El profesor de Matemáticas tiene excelentes ocasiones para mostrar el papel de la conjetura en el campo del descubrimiento y hacer así que los estudiantes adquieran una actitud intelectual fundamental. La conjetura razonable debe estar fundada en la utilización juiciosa de la evidencia inductiva y de la analogía, y encierra todos los conocimientos plausibles que pueden intervenir en el método científico.
7. **Enseñadles a demostrar**. "Las matemáticas son una buena escuela de razonamiento demostrativo". De hecho, la verdad va más allá: las matemáticas pueden extenderse al razonamiento demostrativo, que se infiltra en todas las ciencias desde que alcanzan un nivel matemático y lógico suficientemente abstracto y definido.
8. **En el problema que estéis tratando, distinguid lo que puede servir, más tarde, a resolver otros problemas - intentad revelar el modelo general que subyace en el fondo de la situación concreta que afrontáis**. Cuando presentéis la solución de un problema, subrayad sus rasgos instructivos. Una particularidad de un problema es instructiva si merece ser imitada. Un aspecto bien señalado, en un problema, y vuestra solución puede transformarse en un modelo de resolución, en un esquema tal que, imitándole, el estudiante pueda resolver otros problemas.
9. **No reveléis de pronto toda la solución; dejad que los estudiantes hagan suposiciones, dejadles descubrir por sí mismos siempre que sea posible**. He aquí una pequeña astucia fácil de aprender: cuando se empieza a discutir la solución de un problema, dejad que los estudiantes adivinen su solución. Quien tiene una idea o la ha formulado, se ha comprometido: debe seguir el desarrollo de la solución para ver si lo que ha conjeturado es exacto o no, con lo que no puede despistarse. Voltaire decía: "El secreto para ser aburrido es decirlo todo".
10. **No inculquéis por la fuerza, sugerid**. Se trata de dejar a los estudiantes tanta libertad e iniciativa como sea posible, teniendo en cuenta las condiciones existentes de la enseñanza. Dejad que los estudiantes hagan preguntas; o bien planteadles cuestiones que ellos mismos sean capaces de plantear. Dejad que los estudiantes den respuestas; o bien dad respuestas que ellos mismos sean

capaces de dar.

| Número 10|
| Principal Olimpiada |
Programación OEI | Principal OEI | Contactar

Revista Escolar
de la Olimpiada Iberoamericana de Matemática
ISSN 1698-677X
Número 10-Páginas web

MATH PROBLEMS
Kalva homepage

http://www.kalva.demon.co.uk

El mantenedor de esta interesante página es John Scholes, antiguo participante en la Olimpiada Internacional. En la actualidad la página contiene unos 4000 problemas de Olimpiadas y otros 900 de otra procedencia. Los problemas están en lengua inglesa, y el propósito del mantenedor es colgar colecciones completas, en la medida de lo posible. Hay una gran cantidad de problemas resueltos, y aunque en algunos casos se han deslizado errores, esto no quita interés para los aficionados a los problemas de Olimpiadas.

Incluye los 102 problemas de la OIM desde 1985 hasta 2002 en inglés

De Pre-Olimpiadas, están los problemas del concurso americano AIME y los del libro de Dudeney, uno de los pioneros del siglo XX en resolución de problemas.

De Olimpiadas Internacionales y regionales, hay enlaces con la IMO, la lista corta de IMO, la Asia-Pacífico, la Austro-Polaca, la Balcánica, la Balcánica Junior, la Iberoamericana, y el Torneo de las Ciudades.

De Olimpiadas Nacionales, están los problemas de las Olimpiadas de URSS, Australia, Brasil, Reino Unido, Canadá, China, Eötvös/Kurschak, Irlanda, Rusia, Suecia, USA y Vietnam.

Para los primeros cursos universitarios, están los problemas de la Competición Putnam, del libro de Newman "A problem Seminar", de IMC y algunos de Vietnam.

La página se completa con Bibliografía, bien seleccionada.

Valladolid, noviembre 2003.
Francisco Bellot

Revista Escolar de la Olimpíada Iberoamericana de Matemática

http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/

Edita:

OEI