

Problema 64

Propuesto por el Prof. Juan Bosco Romero Márquez, Ávila, España.

El triángulo ABC es rectángulo en A , y sus lados verifican $a > b > c$. Sea A' el punto medio de BC y H_a el pie de la altura desde A . Si el triángulo AH_aA' es isósceles, determinar los ángulos B y C .

Por ser $b > c$, A' está en el interior del segmento H_aC . Por ser AH_aA' isósceles y al mismo tiempo rectángulo en H_a , se cumple que $\angle AA'H_a = p/4$. Luego $\angle AA'C = p - \angle AA'H_a = 3p/4$. Además, por ser ABC rectángulo en A , A' es el centro de su circunferencia circunscrita, y $AA' = CA'$ es su radio, luego ACA' es isósceles en A' , y $\angle C = \angle ACA' = (p - \angle AA'C)/2 = p/8$, $\angle B = p/2 - \angle ACA' = 3p/8$.