

PROBLEMAS DE NIVEL MEDIO Y DE OLIMPIADAS (18)

Cinco problemas de la Olimpiada británica :

1996, #1: Una función f está definida para todos los enteros positivos y satisface

$$f(1) = 1996,$$
$$f(1) + f(2) + \cdots + f(n) = n^2 \cdot f(n), \quad \forall n > 1.$$

Calcular el valor exacto de $f(1996)$.

1995, #1: Hallar todos los cuadrados perfectos que terminan en tres cuatros. Probar que ningún cuadrado perfecto puede terminar en cuatro cuatros.

1993, #3: Para cada entero positivo c , la sucesión de enteros $\{u_n\}$ se define mediante

$$u_1 = 1, u_2 = c$$
$$u_n = (2n + 1)u_{n-1} - (n^2 - 1)u_{n-2}, \quad n \geq 3.$$

Determinar los valores de c para los que esta sucesión tiene la siguiente propiedad:

$$u_i \text{ divide a } u_j \text{ siempre y cuando } i \leq j.$$

1991, #3 : $ABCD$ es un cuadrilátero inscrito en una circunferencia de radio r . Las diagonales AC y BD se cortan en E . Probar que, si AC es perpendicular a BD , entonces

$$EA^2 + EB^2 + EC^2 + ED^2 = 4r^2 \quad (*).$$

¿Es cierto que, si (*) se cumple, entonces AC es perpendicular a BD ? Justifique la respuesta.

1988, #1: Hallar todos los enteros a, b, c tales que

$$(x - a)(x - 10) + 1 = (x + b)(x + c) \quad \text{para todo } x.$$

Revista Escolar de la Olimpiada Iberoamericana de Matemática

<http://www.campus-oei.org/oim/revistaoidm/>

Edita:

