Problemas de nivel medio y de Olimpiadas (19)

Selección de Problemas de la Olimpiada de Australia 2004

1.Determinar todos los pares (a, b) de números reales tales que la ecuación

$$x^3 + 3x^2 + ax + b = 0$$

tiene tres raíces reales que pueden formar progresión aritmética.

2. Sea ABC un triángulo equilátero, y D un punto del lado AB, situado entre A y B. Sea E un punto sobre AC tal que DE es paralelo a BC. Sea F el punto medio de CD y G el circuncentro de ADE.

Hallar los ángulos del triángulo BFG.

3.Determinar todos los enteros no negativos m y n tales que

$$6^m + 2^n + 2$$

es un cuadrado perfecto.

4.Sea ABCD un paralelogramo. Supongamos que existe un punto P en su interior tal que

$$\widehat{ABP} = 2\widehat{ADP}, \quad \text{y} \quad \widehat{DCP} = 2\widehat{DAP}.$$

Demostrar que AP = BP = CP.

Revista Escolar de la Olimpíada Iberoamericana de Matemática

http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/

Edita:

OEI