Problemas para los más jóvenes (19)

XIII Olimpiada Provincial de Matemáticas 2005, para alumnos de 2º y 4º de E.S.O. Valladolid, abril de 2005

Segundo de E.S.O.(alumnos de 13 años de edad)

Problema 1: Se ha diseñado un programa de ordenador para contar las cifras de los números naturales que se van introduciendo desde el 1 en adelante.

Por ejemplo, si se han introducido los números

$$1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13$$

el programa da como resultado 17 cifras.

Después de un determinado tiempo, el programa da como resultado 1788 cifras. ¿Cuál fué el último número introducido?

Problema 2: Se quiere reconstruir un claustro de forma cuadrada, del cual sólo ha quedado un pozo P, que por la documentación existente se sabe que se encontraba a la misma distancia de dos esquinas contiguas y del lado opuesto a las mismas. Dicha distancia es de 10 metros.

¿Cuál debe ser la medida del lado del cuadrado?

¿Cuál es el área de la estrella de cuatro puntas obtenida dibujando los otros tres puntos análogos al P, es decir, cumpliendo las mismas condiciones que P?

¿Cuál es el lado del cuadrado cuyos vértices son P y los otros tres puntos de la pregunta anterior?

Problema 3: Juan quiere comprar un televisor. Si lo compra al contado le descuentan 1/10 del precio marcado. Si lo compra a plazos, le incrementan 1/5 al precio marcado. Si lo paga en seis plazos, cada uno será de 72 euros.

¿Cuánto dinero se ahorra si decide pagarlo al contado, en lugar de en los seis plazos?

Problema 4: En un congreso de Matemáticas, los asistentes, en número menor que 5000, pertenecen a delegaciones de Alemania, Francia, Italia, Portugal y España. Todas las delegaciones tienen el mismo número de miembros.

Sabiendo que hay doble número de alemanes que de alemanas, triple número de franceses que de francesas, cuatro veces más italianos que italianas, cinco veces más portugueses que portuguesas, y seis veces más españoles que españolas, ¿cuántas mujeres participan en el Congreso?

Cuarto curso de E.S.O. (alumnos de 15 años de edad)

Problema 2: Disponemos de un número de bombones comprendido entre 315 y 400. Nos dan un cierto número de cajas para empaquetarlos y en cada caja caben exactamente 7 bombones.

Cuando hemos llenado las 5/6 partes de las cajas, nos damos cuenta de que todavía nos quedan los 2/5 de bombones sin empaquetar. ¿Cuántas cajas más necesitamos para que se puedan empaquetar todos los bombones?

Problema 3: Tres semicírculos del mismo radio R tienen sus centros C_1, C_2, C_3 en línea recta, en ese orden. Los tres semicírculos están en el mismo semiplano de los dos que determina la recta $C_1C_2C_3$.

Un cuarto círculo, de radio r, es tangente a los tres semicírculos anteriores, externamente a C_1 y C_3 e internamente a C_2.

Encontrar la relación existente entre r y R.

Problema 4: Tres personas deciden jugar a tirar monedas a ver si coinciden en cara o cruz. Cada uno arroja una moneda, y el que no coincide con los otros dos, pierde.

El perdedor debe pagar a cada oponente la misma cantidad que éste tiene en ese momento. Después de tres jugadas, cada jugador ha perdido una vez y tiene 24 euros. ¿Cuánto tenía cada uno al principio?

Revista Escolar de la Olimpíada Iberoamericana de Matemática

http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/

Edita:

OEI