Problema 98.
(Propuesto por José Luis Díaz Barrero, Barcelona, España)

Sean a_0, a_1, a_2 tres números complejos no nulos tales que $a_0=a_1\cdot a_2$.

Sabiendo que los afijos de las tres raíces de la ecuación $z^3 + a_2\cdot z^2 + a_1\cdot z + a_0 = 0$ forman un triángulo, probar que una de sus medianas pasa por el origen de coordenadas.

Solución de F. Damián Aranda Ballesteros, profesor del IES Blas Infante de Córdoba, España.

Resulta inmediata la siguiente descomposición:

$$z^3 + a_2.z^2 + a_1.z + a_1.a_2 = \left(z^2 + a_1\right).\left(z + a_2\right)$$

En definitiva, las raíces de la ecuación $z^3 + a_2\cdot z^2 + a_1\cdot z + a_0 = 0$ son las siguientes:

$$z_0 = \sqrt{-a_1}\ ; \quad z_1 = -\sqrt{-a_1}\ ; \quad z_2 = -a_2$$

Resulta así evidente que la mediana correspondiente al afijo de z_2 pasa por el origen de coordenadas O, punto medio entre los afijos z_0 y z_1.

Revista Escolar de la Olimpíada Iberoamericana de Matemática

http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/

Edita:

OEI