Bruno Salgueiro Fanego

Problema 1 de la VII Olimpiada Matemática de Centroamérica y el Caribe (nº 20 de la Revista Escolar de la OIM):

De los números positivos que pueden ser expresados como suma de 2005 enteros consecutivos, no necesariamente positivos, ¿cuál ocupa la posición 2005?

Solución:

Cualquier sucesión de 2005 enteros consecutivos es de la forma:

$$n-1002,\ n-1001,\ \ldots,\ n-1,\ n,\ n+1,\ \ldots,\ n+1001,\ n+1002,$$

denotando por n al entero que ocupe la posición central.
La suma de esos 2005 enteros consecutivos es $2005n$.
Por tanto, el conjunto de números expresables como suma de 2005 enteros consecutivos resulta ser $\{2005n,\ n\ \ entero\}$, con lo cual la lista ordenada de números positivos que pueden ser expresados como suma de 2005 enteros consecutivos es la de los múltiplos positivos de 2005.
Así, el número buscado es el que ocupa la posición 2005 en la misma, o sea, $2005^2 = 4020025$.

Revista Escolar de la Olimpíada Iberoamericana de Matemática

http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/

Edita:

OEI