Problema 113

Solución de Miguel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca, España.

Pues $AE = AB \cdot \cos A$, $AF = CA \cdot \cos A$, $BF = BC \cdot \cos B$ y $CE = BC \cdot \cos C$, la condición del enunciado, habida cuenta del teorema de los senos, se escribe

$$(\sin B + \sin C)\cos A = (\cos B + \cos C)\sin A \quad ,$$

de donde

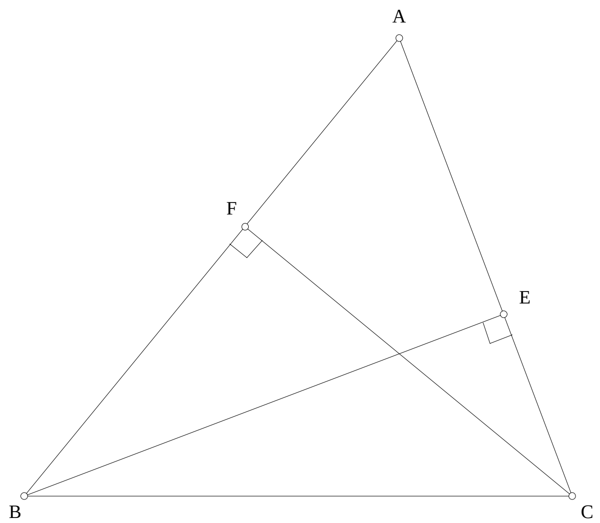
$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sin B + \sin C}{\cos B + \cos C}$$
$$= \frac{2\sin\frac{B+C}{2}\cos\frac{B-C}{2}}{2\cos\frac{B+C}{2}\cos\frac{B-C}{2}}$$
$$= \tan\frac{B+C}{2}$$
$$= \cot\frac{A}{2}$$

que implica

$$A + \frac{A}{2} = 90^{\circ}$$

y

$$A = 60^{\circ}$$



Revista Escolar de la Olimpíada Iberoamericana de Matemática

http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/

Edita:

OEI