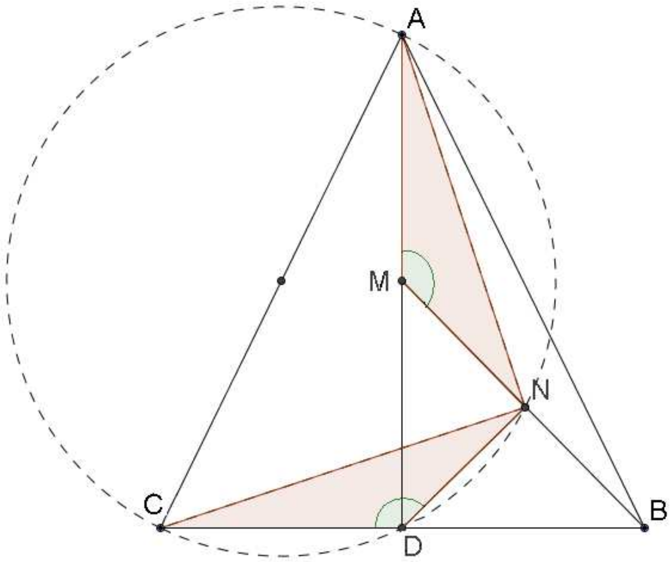
**Problemas para los más jóvenes (24.3).**

**Se considera el triángulo isósceles $ABC$ con $AB = AC$. Sea $D$ el punto medio del lado $BC$, $M$ el punto medio del segmento $AD$ y $N$ el pie de la perpendicular trazada desde $D$ a $BM$. Demostrar que $\angle ANC = 90^{\circ}$.**

**Solución:**

Demostremos en un principio que los triángulos $\triangle AMN$ y $\triangle CDN$ son semejantes.

El ángulo $\angle CDN$ coincide con el ángulo $\angle AMN$, pues una recta forma con otra un ángulo igual al que forman sus respectivas perpendiculares (observar que $CD \perp AM$, al ser $AM$ la altura del triángulo sobre la base $CB$, y $DN \perp MN$, por construcción).




Además, los lados $AM$, $MN$ son proporcionales a $CD$, $DN$, respectivamente.

Llamando $h$ a la altura $AD$, y $a$ a la base $CB$, tenemos, por un lado,

$$\frac{AM}{CD} = \frac{h/2}{a/2} = \frac{h}{a},$$

y, por otro lado, al ser $\triangle MDN$ y $\triangle MBD$ triángulos semejantes por tener sus ángulos iguales,

$$\frac{MN}{DN} = \tan \angle MDN = \tan \angle MBD = \frac{h/2}{a/2} = \frac{h}{a}.$$

Así, los triángulos $\triangle AMN$ y $\triangle CDN$ son semejantes y, por tanto, los ángulos $\angle ANM$ y $\angle CND$ son iguales. Finalmente, obtenemos

$$\angle ANC = \angle MNC + \angle ANM = \angle MNC + \angle CND = \angle DNM = 90^{\circ}.$$

Revista Escolar de la Olimpíada Iberoamericana de Matemática

http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/

Edita:

OEI