PROBLEMAS PARA LOS MÁS JÓVENES (28)

Presentamos algunos problemas de Olimpiadas rusas, para alumnos de la clase 9

Problema J28.1: (Ashgabad, 1990), propuesto por I.Voronovich.

Demostrar que, cualquiera que sea el número real t, se verifica la desigualdad

$$t^4 - t + \frac{1}{2} > 0.$$

Problema J28.2:(Ashgabad,1990), propuesto por V.Chinik.

Por un punto interior P al triángulo ABC se trazan tres paralelas a los lados, que dividen a éstos en tres segmentos , de longitudes respectivas a_1, a_2, a_3 (el lado BC), b_1, b_2, b_3 (el lado CA) y c_1, c_2, c_3 (el lado AB).

Demostrar que

$$a_1 b_1 c_1 = a_2 b_2 c_2 = a_3 b_3 c_3.$$

Problema J28.3 .(1996),propuesto por L.Mednikov.

Demostrar que si $0 < a < 1$ y $0 < b < 1$, entonces

$$\frac{ab\,(1-a)\,(1-b)}{(1-ab)^2} < \frac{1}{4}.$$

Problema J28.4. (Alma Ata, 1992) propuesto por D.A. Mitikin.

Resolver el sistema de ecuaciones

$$\left.\begin{array}{l} (1+x)\left(1+x^2\right)\left(1+x^4\right) = 1+y^7 \\ (1+y)\left(1+y^2\right)\left(1+y^4\right) = 1+x^7 \end{array}\right\}$$

Problema J28.5 (Riga,1989), propuesto por D.Tereshin.

Demostrar que si a, b, c son las longitudes de los lados de un triángulo, tales que $a + b + c = 1$, entonces se verifica

$$a^2 + b^2 + c^2 + 4abc < \frac{1}{2}.$$

Revista Escolar de la Olimpíada Iberoamericana de Matemática

http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/

Edita:

OEI