

### Problemas propuestos (nivel medio y de Olimpiadas 28)

1.(Moldavia, 1997) Sea  $n = 2^{13} \cdot 3^{11} \cdot 5^7$ .

Determinar el número de divisores positivos de  $n^2$  que son menores que  $n$  y que no son divisores de  $n$ .

2.(Lista corta IMO 1996) Hallar todos los enteros estrictamente positivos,  $a, b$  tales que

$$\left\lfloor \frac{a^2}{b} \right\rfloor + \left\lfloor \frac{b^2}{a} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{a^2 + b^2}{ab} \right\rfloor + ab$$

3.(VietNam 1996) Encontrar todas las funciones  $f : \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}^*$  tales que

$$f(n) + f(n+1) = f(n+2)f(n+3) - 1996, \text{ para todo } n \in \mathbb{N}^*.$$

4.(Eslovenia 1996) Sea Q el punto medio del lado AB del cuadrilátero convexo ABCD, inscrito en una circunferencia, y sea S la intersección de sus diagonales AC y BD.

Sean P y R las proyecciones ortogonales de S sobre AD y BC, respectivamente.

Demostrar que  $PQ = QR$ .

5.(Colorado 1988). Se toman 5 puntos interiores o sobre los lados de un triángulo de área 1. Demostrar que tres de ellos son vértices de un triángulo cuya área no es mayor que  $1/4$ .

6.(URSS 1973). Una circunferencia  $\Gamma$  es tangente, respectivamente en A y B a dos semirrectas de origen O. La paralela a OB trazada por A vuelve a cortar a  $\Gamma$  en C. El segmento OC vuelve a cortar a  $\Gamma$  en E. Las rectas AE y OB se cortan en K.

Demostrar que K es el punto medio del segmento OB.

# Revista Escolar de la Olimpiada Iberoamericana de Matemática

<http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/>

Edita:

