Problemas 161-165

Problema 161

En mi barrio hay una cuadrilla de 9 chicos y chicas que, después de las clases, juegan juntos, dividiéndose cada día aleatoriamente en grupos de 3, de forma independiente a cómo se hayan dividido en días anteriores. Al empezar a jugar, cada grupo elige entre dos opciones: jugar a las tiendas o jugar al escondite, eligiéndose el juego que prefieren al menos dos de los miembros del grupo. Cada vez que un chico o chica juega a un juego, se lo pasa tan bien que ése pasa a ser su juego preferido, aunque no lo fuera antes. Durante el verano, cada uno de los chicos y chicas pasa sus vacaciones en un lugar diferente, y se les olvida cuál era su juego favorito, teniendo a la vuelta de vacaciones, cada uno de forma independiente, la misma probabilidad de preferir uno u otro juego el primer día que vuelven a jugar juntos. Después del día n-ésimo después de las vacaciones, ¿cuál es la probabilidad de que toda la cuadrilla prefiera el mismo juego?
(Propuesto por Daniel Lasaosa Medarde, Universidad Pública de Navarra, Pamplona, España).

Problema 162

Sea O el punto de intersección de las diagonales AC y BD de un cuadrilátero convexo $ABCD$. Sean I_1, I_2, I_3, I_4 los respectivos incentros de ΔOAB, ΔOBC, ΔOCD, ΔODA.

Si $I_1I_2I_3I_4$ es un paralelogramo, demostrar que $ABCD$ es un paralelogramo.

(Propuesto por Miguel Amengual Covas, Santanyí, España)

Problema 163

Se considera la sucesión (A_n), con $n\geq 1$, dada por la relación de

recurrencia

$$A_{n+1}=2A_n+\sqrt{(A_n^2+A_{n+1}^2)},$$

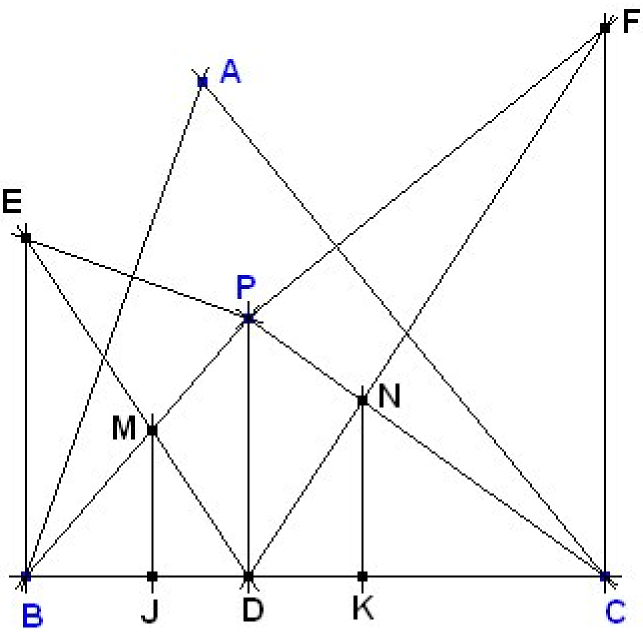
Con $A_1=1$.

i) Estudiar la convergencia de esta sucesión.
ii) Hallar el dominio de convergencia de la serie de potencias de término general $A_n x^n$.

(Propuesto por Laurentiu Modan, Bucarest, Rumania)

Problema 164

Sean *ABC* un triángulo y P un punto cualquiera de su plano. Sea *D* la proyección de *P* sobre *BC*. La perpendicular por *B* a *BC* corta a la perpendicular por *P* a *AB en E*, y la perpendicular por *C a BC* y la perpendicular por *P* a *AC* se cortan en *F.* Sean *M y N* los puntos de intersección de las diagonales de los trapecios *PDBE* y *PDCF*, y sean J y K las proyecciones de *M* y *N* sobre la recta *BC*.



Hallar, en cada caso, el lugar geométrico de los puntos *P* que cumplen

a) La recta *MN* es paralela a *BC.*

b) Los puntos *J* y *K* coinciden.

c) *D* es el punto medio de *J* y *K*.

d) El ángulo *MDN* es recto.

(*Propuesto por Francisco Javier García Capitán, Priego de Córdoba, España).*

Problema 165

El triángulo ABC es isósceles, con AB = AC. Las rectas BD (con D en el lado AC) y CH (con H en el segmento BD) lo dividen en tres triángulos, cuyos incírculos tienen el mismo radio *r*. Encontrar la relación entre *r* y la longitud de CH.

(Propuesto por Hidetosi Fukagawa, Aichi, Japón).

Revista Escolar de la Olimpíada Iberoamericana de Matemática

http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/

Edita:

OEI