<u>Problemas de nivel medio y de Olimpiadas 33</u>

Cinco problemas del *<u>Duelo Matemático 08</u>*

PMO33.1

El ortocentro H de un triángulo acutángulo ABC se transforma respectivamente en los puntos A_1 ,B_1 , C_1 en las simetrías axiales cuyos ejes son los lados *a,b y c* del triángulo. Se supone que se verifican las siguientes igualdades de ángulos:

$$C_1AB_1 = CA_1B$$

$$A_1BC_1 = AB_1C$$

$$B_1CA_1 = BC_1A.$$

Demostrar que ABC es equilátero.

PMO33.2

Determinar todas las ternas *(x,y,z)* de enteros positivos tales que se verifique la igualdad

$$3+x+y+z = xyz.$$

PMO33.3

Sea ABCD un tetraedro con tres aristas mutuamente perpendiculares en el vértice D. Sea S el centro de su esfera circunscrita. Probar que el baricentro T de su cara ABC está en la recta DS.

PMO33.4

Determinar todos los enteros positivos n para los cuales existen enteros positivos x,y tales que se cumplen las dos igualdades $x+y=n^2$, $10x+y = n^3$.

PMO33.5

Sean a,b,c números reales. Demostrar que

$$V = 4(a^2+b^2+c^2) - ((a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2)$$

Es siempre no negativo y determiner todos los valores de a,b,c para los que $V = 0$.

Revista Escolar de la Olimpíada Iberoamericana de Matemática

http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/

Edita:

OEI