

PROBLEMAS DE NIVEL MEDIO Y DE OLIMPIADAS (34)

CINCO PROBLEMAS DE LA OLIMPIADA DE IRÁN 2007

Problema 34.1 . Demostrar que, para cada número natural n , existen n números naturales distintos, cuya suma es un cuadrado perfecto y cuyo producto es un cubo perfecto.

Problema 34.2. Se considera un cubo $1 \times 1 \times 1$. Sean O y A dos de sus vértices, tales que OA es la diagonal de una de las caras del cubo. Hallar cuál de los siguientes números es mayor: a) el número de caminos de longitud 1386 que empiezan y terminan en O ; ó bien b) el número de caminos de longitud 1386 que empiezan en O y terminan en A . (*Un camino de longitud n sobre el cubo es una sucesión de $n+1$ vértices, tales que la distancia entre dos vértices consecutivos cualesquiera es 1*)

Problema 34.3. Las circunferencias k_1 y k_2 son tangentes exteriores en el punto P . Desde un punto arbitrario A de k_1 se trazan las tangentes AM y AM' a k_2 (M y M' son los puntos de tangencia). A las segundas intersecciones de AM y AM' con k_1 se les llama N y N' , respectivamente. Demostrar que

$$PN \times M'N' = PN' \times MN .$$

Problema 34.4. Tres equipos de Ping Pong, de 10 jugadores cada uno, compiten en un torneo triangular. En cada partida (individual) juegan dos jugadores de dos equipos diferentes, y en ningún caso estos dos jugadores vuelven a jugar entre sí. Demostrar que después de la partida número 201, hay tres personas tales que cada dos de ellas han jugado ya entre sí.

Problema 34.5. El triángulo ABC es rectángulo en A . Sea M el punto medio de BC . Se elige D en AC de manera que $AD = AM$. Sea P el segundo punto de intersección de las circunferencias circunscritas a AMC y a BDC . Demostrar que CP es una bisectriz del ángulo ACB .

Revista Escolar de la Olimpiada Iberoamericana de Matemática

<http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/>

Edita:

