

PROBLEMAS PARA LOS MÁS JÓVENES (36)

CINCO PROBLEMAS DE LETONIA

Problema Jov36-1

10 números están escritos en una circunferencia. Algunos son positivos y los demás, negativos. En un movimiento se pueden cambiar los signos a tres números en posiciones consecutivas. Probar que repitiendo el movimiento se puede conseguir que todos los números sean positivos.

Problema Jov36-2

Probar que la ecuación

$$x^5 + y^3 = z^2$$

Tiene infinitas soluciones naturales.

Problema Jov36-3

Probar que las diagonales de un cuadrilátero convexo ABCD son perpendiculares si y solamente si

$$AB^2 + CD^2 = AD^2 + BC^2$$

Problema Jov36-4

El cuadrilátero convexo ABCD tiene sus diagonales perpendiculares. Demostrar que puede ser descompuesto en tres piezas que se pueden disponer para formar un trapecio.

Problema Jov36-5

Demostrar que no hay ningún par de números reales tales que se verifiquen simultáneamente las igualdades

$$x = y^2 + 1; \quad y = x^2 + 1.$$