

Revista Escolar de la O.I.M. 37
Problemas 181 - 185

Problema 181 (propuesto por Pedro H.O. Pantoja, UFRN, Natal, Brasil)

Hallar todos los polinomios $p(x)$, con coeficientes enteros, cuyo coeficiente de primer grado es nulo, tales que se verifican las dos condiciones siguientes:

- a) $p(2009) + p(2009^2) + \dots + p(2009^{100}) = 2008^{2009}$
- b) $p(2009) = p'(2009)$

Problema 182 (propuesto por Pedro H.O. Pantoja, UFRN, Natal, Brasil)

Demostrar que la ecuación

$$x^3 - y^4 - 32 + 4^z = (1 - x)^3 + 6w^2 + 6t(t - 1) + 219$$

tiene infinitas soluciones (x, y, z, w, t) en enteros.

Problema 183 (propuesto por Laurentiu Modan, Bucarest, Rumania)

Calcular, si existen, los siguientes límites :

$$\begin{aligned} \text{a) } L_1 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{k^2 + n^2}{n^2} \ln \frac{k+n}{k} \\ \text{b) } L_2 &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{k^2 + n^2}{n^2} \ln \frac{k^2 + n^2}{k^2} \end{aligned}$$

Problema 184 (propuesto por Luis Gómez Sánchez, Universidad de Oriente, Venezuela)

Resolver la ecuación

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{k-2}}{(1+x^k)(1+x^{k-2})} = \frac{1}{18}; \quad x \in \mathbb{R}.$$

Problema 185 (propuesto por el editor)

$ABCD$ es un paralelogramo; el orden de las letras indica el sentido antihorario. E es un punto fijo de la recta BC . Se dividen AB y AD en el mismo número de partes iguales, y se unen E y C con los correspondientes puntos de AB y AD . Determinar el lugar geométrico de los puntos de intersección de esas rectas.

Nota: el problema no es nuevo. Se dará noticia de su procedencia cuando se publique la solución.