PROBLEMAS DE NIVEL MEDIO Y DE OLIMPIADAS (7)

Presentamos a continuación algunos problemas propuestos en la Fase local de Cataluña de la XXXIX Olimpiada Matemática Española, en diciembre de 2002.

O7.1: En el plano se considera una recta r, un punto $P \in r$ y un punto $Q \notin r$.

Para cada punto $R \in r$ se considera el número

$$\lambda = \frac{PR + PQ}{QR}.$$

a) Búsquense los valores máximo y mínimo del número λ y dígase donde debe estar situado el punto R para obtener este máximo y este mínimo.

b) ¿A qué valor tiende λ cuando el punto R tiende a infifnito?

O7.2 : Un jugador de tenis quiere enfrentarse a dos rivales, A y B, para adquirir prestigio con buenos resultados. La probabilidad que tiene de ganar al jugador A es más pequeña que la de ganar a B, porque el primero es de más categoría en el ranking. Se le ofrecen tres partidos, de los cuales ha de ganar al menos dos seguidos, y puede elegir la secuencia de partidos: o bien A-B-A, o bien B-A-B.

¿Qué secuencia de partidos le es más favorable?

O7.3 : Sea ABC un triángulo.

a) Determinar los puntos P del plano del triángulo que cumplen la condición

$$Area(PAB) = Area(PBC) = Area(PCA).$$

b) Sea P un punto interior del triángulo que verifica la condición anterior, y sean P_1, P_2, P_3 los puntos interiores a los triángulos PBC,PCA y PAB en las mismas condiciones. Determinar el área del triángulo $P_1P_2P_3$ en función del área del triángulo ABC.

O7.4 : Con dos letras, a, b, se forman las infinitas palabras que tienen un número finito de letras y se ordenan alfabéticamente.

a) ¿Qué palabras tienen una palabra inmediatamente posterior?

b)¿Qué palabras tienen una palabra inmediatamente anterior?

c) Demostrar que si una palabra p_1 es anterior a una palabra p_2, y p_2 acaba en b, entonces entre p_1 y p_2 hay palabras que terminan en a y palabras que terminan en b.

Revista Escolar de la Olimpíada Iberoamericana de Matemática

http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/

Edita: