Problema 33

(I.Sharygin; comunicado al editor por el Prof. Jean-Louis Ayme, St.Denis, isla de la Reunión, Francia)

Sean $\mathbf{C}_1$ y $\mathbf{C}_2$ dos circunferencias secantes en P y Q. Sea t una tangente común a las dos circunferencias. Sean R y S los puntos de contacto respectivos de t con $\mathbf{C}_1$ y $\mathbf{C}_2$.

Sean :
A, un punto de $\mathbf{C}_1$;
B, el segundo punto de intersección de AP con $\mathbf{C}_2$;
C, el segundo punto de intersección de $\mathbf{C}_1$ con la paralela a BS que pasa por R;
D, el segundo punto de intersección de CQ con $\mathbf{C}_2$.

Demostrar que RA y SD son paralelas.

Sea T un punto sobre la recta RS en la dirección RS. Como $RC \| BS$, entonces $\angle CRT = \angle BST$. Por ser t tangente a ambos círculos obtenemos $\angle RAC = \angle SDB = \theta$. Esto quiere decir que una rotación del plano en θ lleva la recta AC a la recta AR, y la recta DB a la recta DS, por tanto basta probar que $AC \| DB$. Para ver esto, notemos que $\angle DBP = \angle DQP = \angle CQP = \angle PAC$, y terminamos.

Revista Escolar de la Olimpíada Iberoamericana de Matemática

http://www.campus-oei.org/oim/revistaoim/

Edita: